

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий
Кафедра высшей математики и методики преподавания математики

УТВЕРЖДАЮ
проректор

_____ П. А. Машаров
«17» апреля 2025 г.
МП

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ИЗБРАННЫЕ РАЗДЕЛЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Укрупненная группа направлений подготовки	44.00.00 Образование и педагогические науки
Программа высшего образования	Программа магистратуры
Направление подготовки	44.04.01 Педагогическое образование
Направленность (профиль) образовательной программы	Математическое образование
Квалификация	Магистр
Форма обучения	Очная, заочная

Рабочая программа может быть адаптирована для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2025

Рабочая программа дисциплины **«Избранные разделы высшей математики»** для обучающихся по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование (Магистерская программа: Математическое образование), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – магистратура по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22 февраля 2018 г. № 126 (с изменениями и дополнениями от 08 февраля 2021 г.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2025 года.

Разработчик:

Профессор кафедры высшей математики и
методики преподавания математики
доктор физ.-мат. наук, профессор

А.В. Мазнев

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры высшей математики и методики
преподавания математики
Протокол от 10.04.2025 г. № 9

Заведующий кафедрой

Е.И. Скафа

СОГЛАСОВАНО:

Декан факультета математики и
информационных технологий
16.04.2025 г.

И.А. Моисеенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.
Протокол от 16.04.2025 г. № 3.
Председатель

Л.И. Селякова

Руководитель основной образовательной
программы, д-р пед. наук, проф.
16.04.2025 г.

Е.И. Скафа

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объеме программы средней школы;

дисциплины программы бакалавриата: знания и умения, формируемые математическими, естественнонаучными и компьютерными дисциплинами

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

для прохождения преддипломной (научно-исследовательской) практики, научно-исследовательской работы, государственной итоговой аттестации.

2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы (далее – ОП)	44.04.01 Педагогическое образование (Магистерская программа: Математическое образование)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.В.ОД.2. Избранные разделы высшей математики
Часть образовательной программы	Вариативная часть (формируемая участниками образовательных отношений)
Количество зачетных единиц / всего часов	9/ 324

В случае предъявления от обучающегося или его родителя (законного представителя) заявления на обучение по адаптированной образовательной программе высшего образования, подкрепленного заключением психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК) или медико-социальной экспертизы (МСЭ) с рекомендациями создания индивидуальной программы реабилитации и абилитации (ИПРА), данная рабочая программа может быть адаптирована с учетом индивидуальных особенностей здоровья обучающегося.

2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	Курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы+контроль	Всего	
Очная	1	1	17	–	34	71	122	экзамен
Очная	1	2	17	–	17	71	105	экзамен
Очная	2	3	-	-	26	71	97	экзамен
Очная, всего			34	-	77	213	324	
Заочная	1	1	4	–	4	100	108	экзамен
Заочная	1	2	4	–	4	101	108	экзамен
Заочная	2	3	-	-	6	101	108	экзамен
Заочная, всего			8	-	14	302	324	

3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Овладение студентами идеями понятиями, методами математики, лежащие в основе курсов математики в общеобразовательных и профессиональных учебных учреждениях; систематизирование и расширение их представления о теории обыкновенных дифференциальных уравнений и их роли в познании окружающего мира.

4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Компетенции	Индикаторы	Результаты обучения
ПК-4. Способен применять знание основных положений математической науки, основных положений истории развития математики, эволюции математических идей в профессиональной деятельности преподавателя высшей школы.	ПК-4.1. Использует результаты научных исследований в сфере науки и образования для решения конкретных профессиональных задач.	ПК-4.1.1. Умеет применять критерии устойчивости и неустойчивости, выраженные через корни характеристического уравнения системы возмущений. ПК-4-1-2. Умеет выяснять характер движений заданного класса, разбивать фазовую плоскость на области асимптотической устойчивости и неустойчивости, находить области в которых возмущения имеют колебательный характер.
	ПК-4.2. Демонстрирует понимание фундаментальных концепций высшей математики в профессиональной деятельности.	ПК-4.2.1. Знает основные методические подходы к преподаванию математических дисциплин в высшей школе. ПК-4.2.2. Умеет применять математические теории и методы в профессиональной деятельности.

5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Раздел 1.	
1. Плоские кривые 3-го и 4-го порядков	1.1. Общие сведения о кривых 3-го порядка. Классификация Ньютона. Полюсы и поляры. Замечательные кривые 3-го порядка и их свойства: декартов лист, циссоида Диоклеса, строфоида. 1.2. Общие сведения о кривых 4-го порядка и их классификация. Замечательные кривые 4-го порядка и их свойства: конхоида Никомеда, улитка Паскаля, кардиоида, эпициклоиды и гипоциклоиды. астроида, овалы Кассини, синусоидальные спирали, кривые Гвидо Гранди.
2. Кривые на поверхности	2.1. Способы задания поверхностей. Основные

	<p>геометрические объекты в теории поверхностей (касательная плоскость, нормальная плоскость, координатные линии). Линии кривизны, асимптотические линии на поверхности. Геодезические линии и кратчайшие на поверхности. Способы нахождения геодезических на поверхности.</p>
Раздел.2	
3. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений *	<p>3.1. Основные понятия. Преобразование системы дифференциальных уравнений к нормальной форме, решения систем дифференциальных уравнений, описание движений с помощью дифференциальных уравнений. Фазовые траектории и интегральные кривые (примеры), фазовое пространство (общие определения). Стационарные и нестационарные движения.</p>
4. Основные теоремы динамики. Интегрирование уравнений динамики*	<p>4.1. Основные понятия динамики. Теоремы об изменении количества движения, момента количества движения и кинетической энергии твердого тела. Вывод уравнений Эйлера-Пуассона. Интегрирование уравнений Эйлера-Пуассона. Теорема Якоби об интегрируемости таких систем уравнений, 4.2. Инвариантные соотношения систем дифференциальных уравнений, нахождение частных решений дифференциальных уравнений на инвариантных соотношениях, программные движения твердого тела с неподвижной точкой. Основные результаты в классической задаче динамики твердого тела.</p>
Раздел 3.	
5. Устойчивость движения по Ляпунову, критерии устойчивости*	<p>5.1. Основные понятия, критерии устойчивости и неустойчивости движений, описываемых нормальной системой дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами (критерии, выраженные через корни характеристического уравнения), основные теоремы об устойчивости и неустойчивости движений по Ляпунову, 5.2. Критерии устойчивости и неустойчивости движений, описываемых нормальной системой двух линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, примеры решения задач с помощью указанных критериев, необходимый и достаточный признак асимптотической устойчивости движений, критерий Рауса-Гурвица.</p>

6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Форма обучения – очная, курс – 1, семестр – 1

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС	Всего
Раздел 1.	17	-	34	71	122
1. Плоские кривые 3-го и 4-го порядков	8	-	17	35	60
2. Кривые на поверхности	9	-	17	36	62
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР	17	-	34	71	122

6.2. Форма обучения – очная, курс – 1, семестр – 2

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС	Всего
Раздел 2.	17	-	17	71	105
3. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений*	8	-	8	35	51
4. Основные теоремы динамики. Интегрирование уравнений динамики*	9	-	9	36	54
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР	17	-	17	71	105

6.3. Форма обучения – очная, курс – 2, семестр – 3

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС	Всего
Раздел 3.	-	-	26	71	97
5. Устойчивость движения по Ляпунову, критерии устойчивости*.	-	-	26	71	97
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР	-	-	26	71	97
ИТОГО ПО КОМПОНЕНТУ ОПОП	34	-	77	213	324

6.4. Форма обучения – заочная, курс – 1,2, семестр – 1,2,3

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС	Всего
Раздел 1.	3	-	5	100	108
1. Плоские кривые 3-го и 4-го порядков	1	-	2	50	53
2. Кривые на поверхности	2	-	2	50	54
Раздел.2	2	-	5	101	108
3. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений *	1	-	3	50	54
4. Основные теоремы динамики. Интегрирование уравнений динамики*	1	-	2	51	54
Раздел 3.	3	-	4	101	108
5. Устойчивость движения по Ляпунову, критерии устойчивости*	3	-	4	101	108
ИТОГО ПО КОМПОНЕНТУ ОПОП	8	-	14	302	324

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Контрольные вопросы

Раздел 1. Замечательные кривые на плоскости и кривые на поверхности

1. Какие Вы знаете способы образования кривых?

2. Назовите наиболее известные замечательные кривые 3-го порядка.
3. Назовите наиболее известные замечательные кривые 4-го порядка.
4. Какие существуют способы задания поверхностей?
5. Каков геометрический смысл векторов r_u и r_v ?
6. Какие кривые являются координатными линиями на плоскости: а) в декартовой системе координат? б) в полярной системе координат?
7. Каков геометрический смысл вектора $dr = r_u du + r_v dv$?
8. Каков геометрический смысл значений первой квадратичной формы на поверхности?
9. Каков геометрический смысл значений второй квадратичной формы на поверхности?
10. Каков геометрический смысл имеет знак гауссовой кривизны?
11. Дать определение геодезической линии на поверхности.
12. Какие линии являются геодезическими: а) на сфере? б) на плоскости? в) на цилиндре?
13. Является ли кратчайшая линия геодезической?
14. Всякая ли геодезическая является кратчайшей?

Раздел 2. Методы интегрирование систем дифференциальных уравнений и их применение к построению решений уравнений динамики

1. Метод преобразования системы дифференциальных уравнений к нормальной форме
2. Понятие решения системы дифференциальных уравнений,
3. Фазовые траектории и интегральные кривые (примеры).
4. Фазовое пространство(общие определения).
5. Стационарные и нестационарные движения.
6. Законы Ньютона.
7. Момент силы относительно точки и оси.
8. Элементарная работа системы сил.
9. Эллипсоид инерции.
10. Свойство главных моментов инерции.
11. Кинетический момент системы.
12. Кинетическая энергия системы.
13. Теоремы об изменении основных динамических величин системы.
14. Вращение твердого тела вокруг неподвижной точки.
15. Первые интегралы.
16. Теорема Якоби.
17. Понятие инвариантных соотношений.
18. Уравнения Эйлера-Пуассона.
19. Решения уравнений Эйлера-Пуассона.

Раздел 3. Устойчивость и неустойчивость движений, описываемых системами дифференциальных уравнений

1. Дать определение устойчивости равновесия материальной системы.
2. Дать определение неустойчивости равновесия материальной системы.
3. Сформулировать определение устойчивости по Ляпунову невозмущенного движения.
4. Сформулировать определение неустойчивости по Ляпунову невозмущенного движения.
5. Когда невозмущенное движение будет асимптотически устойчивым по Ляпунову?
6. Привести пример преобразования системы невозмущенных движений в систему возмущений.

7. Сформулировать основные свойства решений нормальной системы линейных дифференциальных уравнений.
8. Метод нахождения характеристического уравнения для нормальной системы линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
9. Какие условия накладываются на корни характеристического уравнения, чтобы все движения невозмущенной системы были асимптотически устойчивы по Ляпунову?
10. Какие условия накладываются на корни характеристического уравнения, чтобы все движения невозмущенной системы были неустойчивы по Ляпунову?
11. Какие условия накладываются на корни характеристического уравнения, чтобы все движения невозмущенной системы имели колебательный характер?

7.1. Образец содержания экзаменационного билета (при наличии экзамена по дисциплине)

ФГБОУ ВО «ДОНЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Образовательный уровень: бакалавриат

Направление подготовки: 44.04.01. Педагогическое образование

Очная форма обучения. Семестр: __

Учебная дисциплина: Избранные разделы высшей математики

Экзаменационный билет № n

Вопросы по 2 балла	Найдите кручение эллипса.
	В каждой ли точке регулярной кривой можно провести касательную. Почему?
	Какие значения принимает натуральный параметр на окружности радиуса 4?
	Что можно сказать о кривизнах в соответствующих точках подобных кривых?
Вопросы по 5 баллов	Вектор-функция одной переменной (определение) Предел вектор-функции. Свойства пределов вектор-функции.
	Доказать, что отрезок имеет минимальную длину среди всех кривых, которые соединяют его концы.
Вопросы по 7 баллов	<p>Дана кривая: $\vec{r} = (\sqrt{2}t + 1; e^{t-1}; e^{-t+1})$.</p> <p>а) является ли кривая регулярной в естественной области определения;</p> <p>б) найдите или оцените длину данной кривой или ее какого-то куска.</p> <p>в) составьте уравнения элементов трехгранника Френе в точке $(\sqrt{2} + 1; 1; 1)$;</p> <p>г) вычислите кручение данной кривой.</p>

Утверждено на заседании кафедры

Протокол № __ от «__» _____ 202 года

Заведующий кафедрой _____

Экзаменатор _____

В случае ведения учебного процесса с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может отличаться от приведенного.

8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже.

Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

Самостоятельная работа оценивается на основе предоставленных на проверку выполненных домашних, индивидуальных заданий с учетом своевременности их предоставления и соответствия требованиям к их выполнению.

Количество баллов за контрольную работу вычисляется как сумма баллов за все входящие в её состав задания. Каждое задание оценивается исходя из максимально возможного количества баллов с учетом правильности выполнения задания, полноты приводимых обоснований.

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кто претендует на более высокий балл, проходят промежуточную аттестацию. Максимальное количество баллов на промежуточной аттестации – 100. Общее количество баллов за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на промежуточной аттестации и выставляется согласно принятому порядку.

8.1. Семестр 1

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Самостоятельная работа	15
	Контрольные работы по практике	25
	Контрольная работа по теоретическому материалу	15
ИТОГО		60
Экзамен		40
Общий итог за семестр		100

8.2. Семестр 2

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
2	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Самостоятельная работа	15
	Контрольные работы по практике	25
	Контрольная работа по теоретическому материалу	15
ИТОГО		60
Экзамен		40
Общий итог за семестр		100

8.3. Семестр 3

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
3	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Самостоятельная работа	15

	Контрольные работы по практике	25
	Контрольная работа по теоретическому материалу	15
ИТОГО		60
Экзамен		40
Общий итог за семестр		100

Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	зачтено
75-79	C		зачтено
70-74	D	удовлетворительно	зачтено
60-69	E		зачтено
35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		не зачтено

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд.705).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

10. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

10.1. Основная литература

1. Савелов, А.А. Плоские кривые / А.А. Савелов; Государственное издательство физико-математической литературы, М., 1960. – 293 с.
2. Краснов, М.Л. Вся высшая математика. Т. 3: Обыкновенные дифференциальные уравнения, теория устойчивости / М.Л. Краснов и др. – М.: ЛИБРОКОМ, 2017 – 240 с.

10.2. Дополнительная литература

1. Горр, Г.В. Динамика гиростата, имеющего неподвижную точку / Г.В. Горр, А.В. Мазнев. – Донецк: ДонГУ, 2010. – 364 с.

11. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный, подписка. Необходима установка программного обеспечения. – Текст: электронный.
2. **eLIBRARY.RU:** научная электронная библиотека: сайт. – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
3. Научная электронная библиотека **«КиберЛенинка»:** сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: <https://cyberleninka.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
4. Электронно-библиотечная система **«Лань»:** [сайт]. – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: издания Сетевой электронной библиотеки, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
5. **ЭБС Юрайт:** электронная библиотечная система: сайт. – Москва, 2013. – URL: <https://urait.ru/library/svobodnyy-dostup/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: издания свободного доступа, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
6. **Электронно-библиотечная система ДонГУ:** сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
7. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.
8. **Электронный архив ДонГУ:** раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный.

12. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДонГУ № 46484614)
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДонГУ № 46472919)
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы Dream Spark для высших учебных заведений)
4. Антивирус Касперского, Adobe Acrobat Reader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).